basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE V2

FEBRUARIE/MAART 2013

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 11 bladsye, 3 diagramvelle en 1 inligtingsblad.

Kopiereg voorbehou

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 11 vrae.

2. Beantwoord AL die vrae.

3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy in die bepaling van jou antwoorde gebruik het, duidelik aan.

4. Volpunte sal nie noodwendig aan antwoorde alleen toegeken word nie.

5. Jy mag 'n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nie-programmeerbaar en nie-grafies) gebruik, tensy anders vermeld.

6. Indien nodig, rond antwoorde af tot TWEE desimale plekke, tensy anders vermeld.

7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.

8. Diagramvelle vir VRAAG 1.1, VRAAG 3.1 en VRAAG 10.3 is aan die einde van hierdie vraestel aangeheg. Skryf jou sentrumnommer en eksamennommer op hierdie bladsye in die ruimtes voorsien en plaas die bladsye agterin jou ANTWOORDEBOEK.

9. 'n Inligtingsblad, met formules, is aan die einde van hierdie vraestel ingesluit.

10. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.

11. Skryf netjies en leesbaar.

Kopiereg voorbehou

VRAAG 1

Die tabel hieronder gee die gemiddelde rand/dollar-wisselkoers en die gemiddelde maandelikse olieprys vir die jaar 2010.

	Jan.	**Feb.**	**Mrt.**	**Apr.**	**Mei**	**Jun.**	**Jul.**	**Aug.**	**Sep.**	**Okt.**	**Nov.**	**Des.**
Wisselkoers in R/$	7,5	7,7	7,2	7,4	7,7	7,7	7,6	7,3	7,1	7,0	6,9	6,8
Olieprys in $	69,9	68,0	72,9	70,3	66,3	67,1	67,9	68,3	71,3	73,6	76,0	81,0

1.1 Teken 'n spreidiagram op DIAGRAMVEL 1 om die wisselkoers (in R/$) teenoor die olieprys (in $) voor te stel. (3)

1.2 Beskryf die verband tussen die wisselkoers (in R/$) en die olieprys (in $). (2)

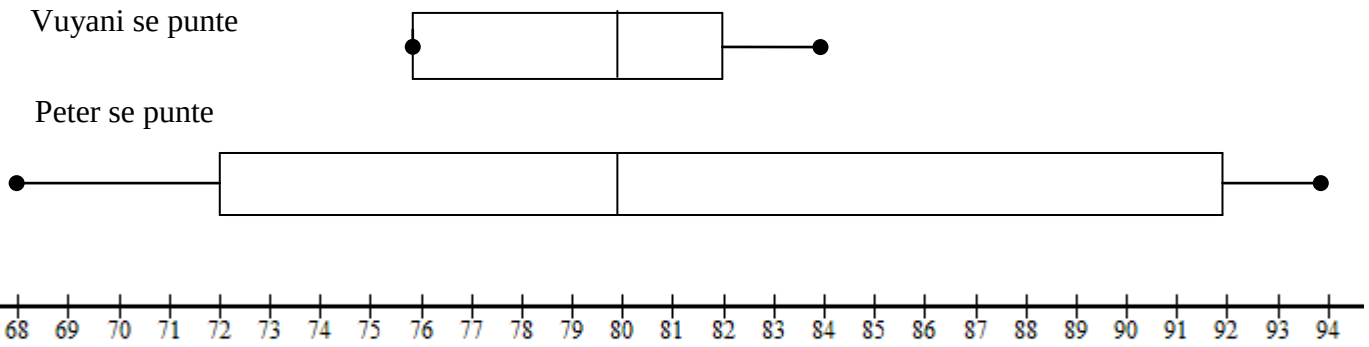
1.3 Bepaal die gemiddelde olieprys. (2)

1.4 Bepaal die standaardafwyking van die olieprys. (2)

1.5 Daar is gewoonlik kommer by die publiek as die olieprys hoër as twee standaardafwykings van die gemiddelde is. In watter maand(e) sou daar kommer by die publiek wees? (2)
[11]

VRAAG 2

Die mond-en-snor-diagramme hieronder stel Vuyani en Peter se punt vir hul Skoolgebaseerde Assesseringstake in 'n spesifieke vak deur die jaar voor.



2.1 Gee die variasiewydte van Peter se punte. (2)

2.2 Gee die minimum van Vuyani se punte. (1)

2.3 Lewer kommentaar oor wie jy dink 'n meer konsekwente prestasie deur die jaar gehad het. Motiveer jou antwoord deur na die waardes in die mond-en-snor-diagramme te verwys. (2)
[5]

VRAAG 3

Die gemiddelde persentasie van 150 leerders vir al hul vakke is in die kumulatiewefrekwensie-tabel hieronder opgesom.

PERSENTASIE INTERVAL	KUMULATIEWE FREKWENSIE
$x \leq 10$	5
$x \leq 20$	21
$x \leq 30$	50
$x \leq 40$	70
$x \leq 50$	88
$x \leq 60$	110
$x \leq 70$	135
$x \leq 80$	142
$x \leq 90$	147
$x \leq 100$	150

3.1 Teken die ogief (kumulatiewefrekwensie-grafiek) om die data hierbo voor te stel, op DIAGRAMVEL 2. (4)

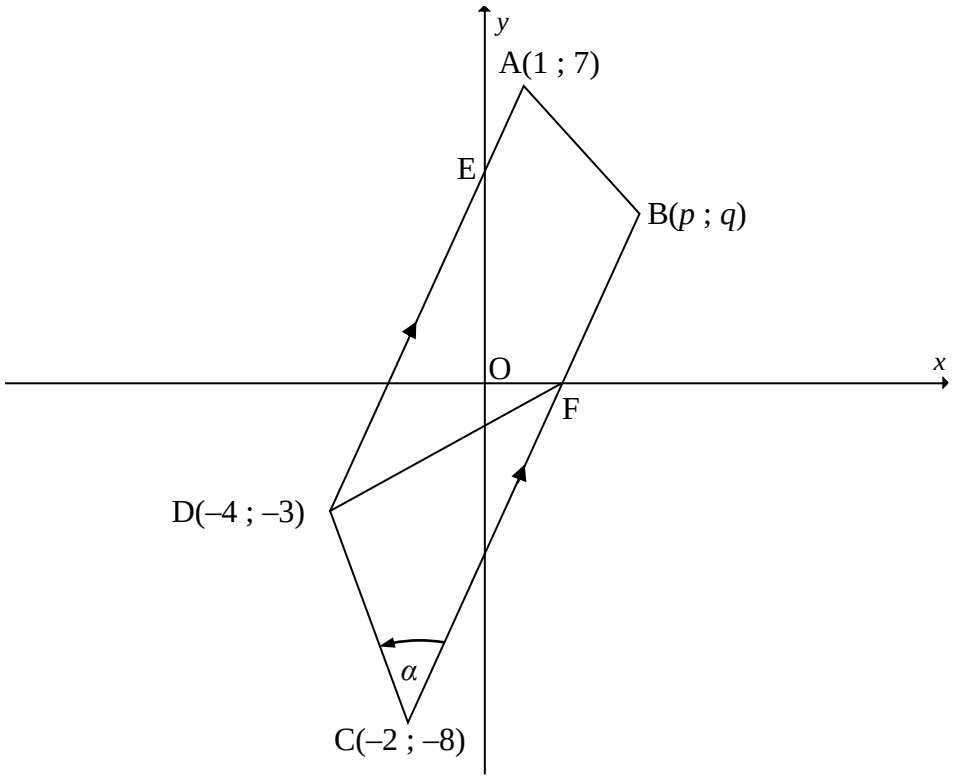
3.2 Gebruik die ogief om die volgende te skat (benader):

3.2.1 Die getal leerders wat minder as 85% behaal het (2)

3.2.2 Die interkwartielvariasiewydte (Toon ALLE berekeninge.) (3)
[9]

VRAAG 4

In die diagram hieronder is trapesium ABCD met AD // BC geteken. Die koördinate van die hoekpunte is A(1 ; 7); B(p ; q); C(–2 ; –8) en D(–4 ; –3). BC sny die x-as by F.
$D\hat{C}B = \alpha$.



4.1 Bereken die gradiënt van AD. (2)

4.2 Bepaal die vergelyking van BC in die vorm $y = mx + c$. (3)

4.3 Bepaal die koördinate van punt F. (2)

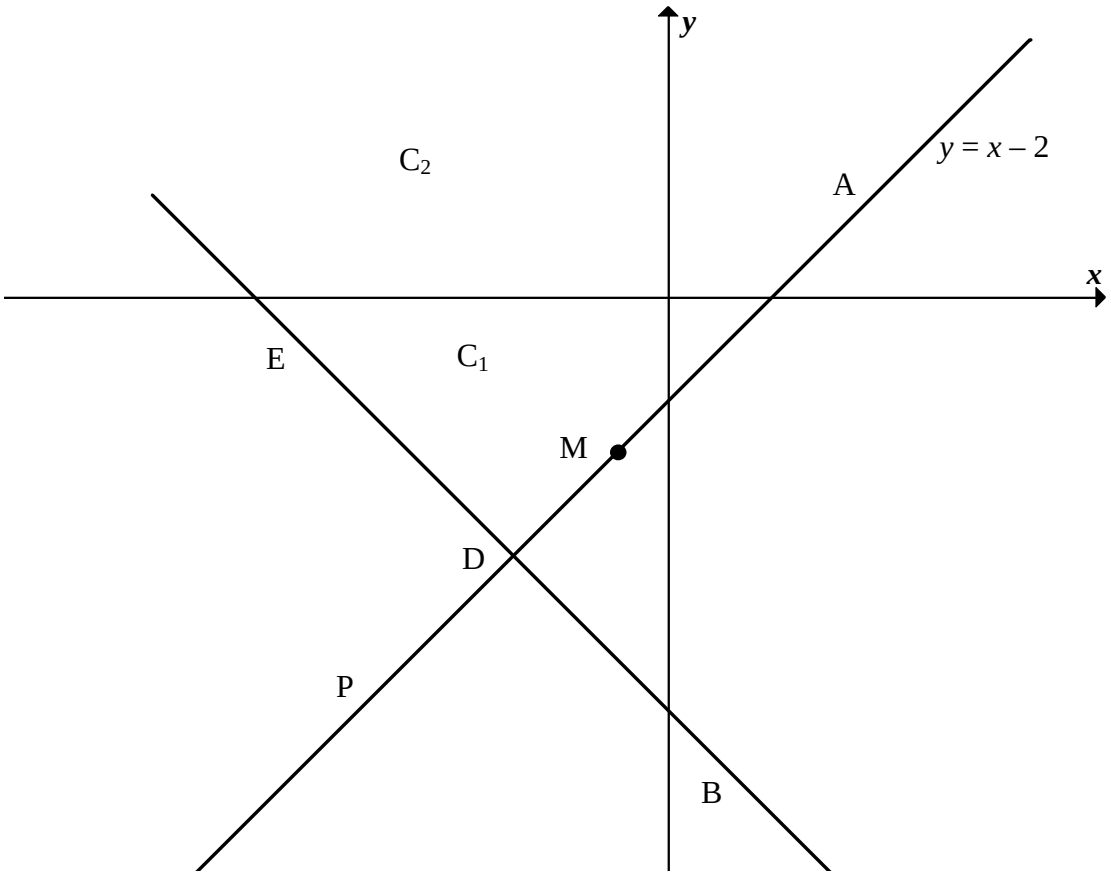
4.4 AB′CD is 'n parallelogram met B′ op BC. Bepaal die koördinate van B′ deur 'n transformasie $(x\ ;\ y) \rightarrow (x + a\ ;\ y + b)$ wat A na B′ stuur, te gebruik. (2)

4.5 Toon aan dat $\alpha = 48{,}37°$. (4)

4.6 Bereken die oppervlakte van ΔDCF. (6)
[19]

VRAAG 5

Sirkel C_1 en C_2 in die figuur hieronder het dieselfde middelpunt M. P is 'n punt op C_2. PM sny C_1 by D. Die raaklyn DB aan C_1 sny C_2 by B. Die vergelyking van sirkel C_1 word gegee deur $x^2 + 2x + y^2 + 6y + 2 = 0$ en die vergelyking van lyn PM is $y = x - 2$.



5.1 Bepaal die volgende:

5.1.1 Die koördinate van middelpunt M (3)

5.1.2 Die radius van sirkel C_1 (1)

5.2 Bepaal die koördinate van D, die punt waar lyn PM en sirkel C_1 sny. (5)

5.3 Indien gegee word dat DB = $4\sqrt{2}$, bepaal MB, die radius van sirkel C_2. (3)

5.4 Skryf die vergelyking van sirkel C_2 neer in die vorm $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$. (2)

5.5 Is die punt F$\left(2\sqrt{5}\,;\,0\right)$ binne sirkel C_2? Ondersteun jou antwoord met berekeninge. (4)

[18]

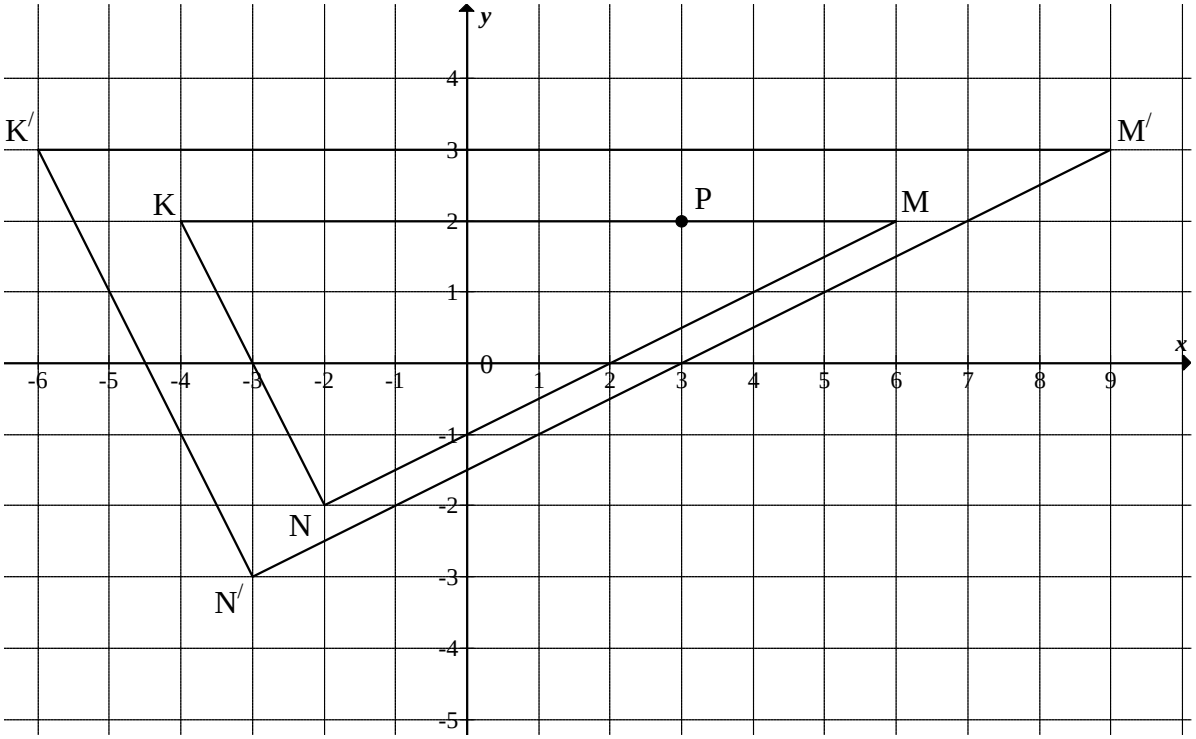
VRAAG 6

6.1 Skryf die koördinate van die beeld van punt A(–5 ; 3) neer nadat dit die volgende transformasies ondergaan het:

6.1.1 Translasie van 3 eenhede na onder en 4 eenhede na regs (2)

6.1.2 Refleksie om die *x*-as (2)

6.2 Beskou die volgende diagram:



6.2.1 In die diagram hierbo is driehoek KMN deur 'n sekere faktor vergroot om driehoek $K'M'N'$ te vorm. Bepaal die faktor van vergroting. (2)

6.2.2 Gee die algemene reël vir die transformasie in VRAAG 6.2.1. (2)

6.2.3 Gebruik die antwoord op VRAAG 6.2.2 om die beeld P' van P(3 ; 2) te bepaal. (2)

6.2.4 M is die refleksie van K om die lyn met vergelyking $x = a$. Bepaal die waarde van die konstante a. (2)

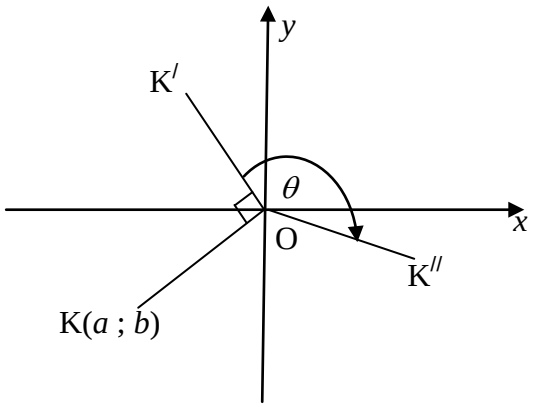
6.2.5 ΔKMN is 180^o om die oorsprong geroteer om $\Delta K''M''N''$ te vorm. Gee die koördinate van K''. (2)

6.2.6 ΔKMN is 3 eenhede na regs en 1 eenheid na bo getransleer om $\Delta K'''M'''N'''$ te verkry. Skryf die verhouding van $\frac{K'K'''}{K'M'''}$ na die translasie neer. (3)

[17]

VRAAG 7

In die diagram hieronder is punt K(a ; b) kloksgewys deur 'n hoek van $90°$ om die oorsprong na $K^{/}$ geroteer en toe kloksgewys deur 'n hoek θ na $K^{//}$ geroteer.



7.1 Skryf die koördinate van punt $K^{/}$ in terme van a en b neer. (2)

7.2 Skryf die koördinate van $K^{//}$ in terme van a, b, $\sin\theta$ en $\cos\theta$ neer. Vereenvoudig indien nodig. (2)

7.3 T(–4 ; –2) word kloksgewys deur 'n hoek van $(90° + \theta)$ om die oorsprong geroteer om beeld $T^{/}$ te verkry. Bepaal, in die eenvoudigste vorm, die koördinate van $T^{/}$ in terme van θ. (2)

7.4 Bereken gevolglik of andersins die grootte van θ indien dit gegee word dat $T^{/}(2\sqrt{3}+1\ ;\ \sqrt{3}-2)$ en $90° < \theta < 180°$. (5)

[11]

VRAAG 8

8.1 Vereenvoudig so ver as moontlik: $1-\sin^2\theta+3-\cos^2\theta$ (2)

8.2 Vereenvoudig SONDER die gebruik van 'n sakrekenaar: $\sqrt{4^{\sin 150^\circ}\times 2^{3\tan 225^\circ}}$ (4)

8.3 Bewys dat $\dfrac{\cos^2 x\sin^2 x+\cos^4 x}{1-\sin x}=1+\sin x$ (4)

8.4 Bewys dat vir enige hoek θ, $\cos 3\theta=4\cos^3\theta-3\cos\theta$.
(Wenk: $3\theta=\theta+2\theta$) (4)

8.5 Indien $x=\cos 20^\circ$, gebruik VRAAG 8.4 om aan te dui dat $8x^3-6x-1=0$. (2)
[16]

VRAAG 9

9.1 Vereenvoudig tot EEN trigonometriese funksie SONDER die gebruik van 'n sakrekenaar:

$$\frac{\cos 160^\circ\tan 200^\circ}{2\sin(-10^\circ)}$$ (6)

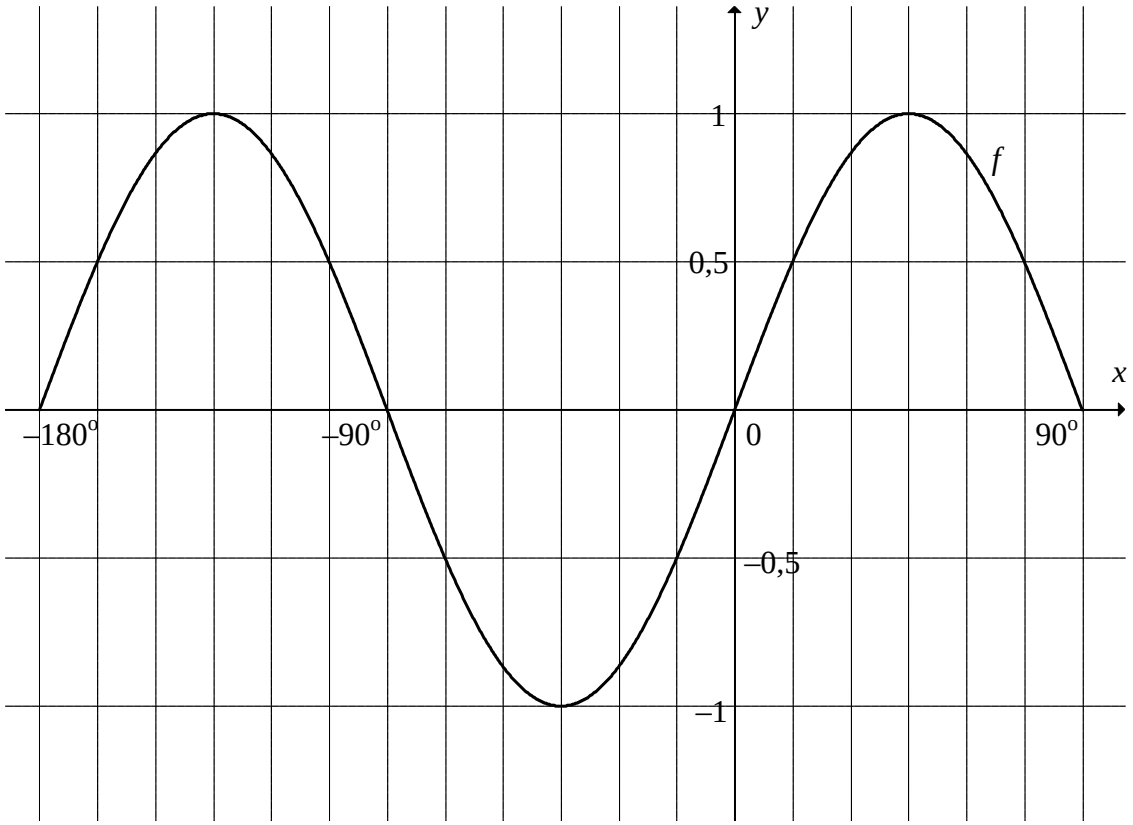
9.2 Beskou $\cos(x+45^\circ)\cos(x-45^\circ)$.

9.2.1 Dui aan dat $\cos(x+45^\circ)\cos(x-45^\circ)=\dfrac{1}{2}\cos 2x$. (4)

9.2.2 Bepaal gevolglik 'n waarde van x in die interval $0^\circ\le x\le 180^\circ$ waarvoor $\cos(x+45^\circ)\cos(x-45^\circ)$ 'n minimum is. (3)
[13]

VRAAG 10

Die grafiek van $f(x) = \sin 2x$ vir $-180° \le x \le 90°$ word in die skets hieronder aangedui.



10.1 Skryf die waardeversameling van f neer. (2)

10.2 Bepaal die periode van $f\left(\frac{3}{2}x\right)$. (2)

10.3 Teken die grafiek van $g(x) = \cos(x - 30°)$ vir $-180° \le x \le 90°$ op die assestelsel op DIAGRAMVEL 3. Merk ALLE x-afsnitte en draaipunte duidelik. (4)

10.4 Bepaal gevolglik of andersins die waardes van x in die interval $-180° \le x \le 90°$ waar $f(x).g(x) < 0$. (4)

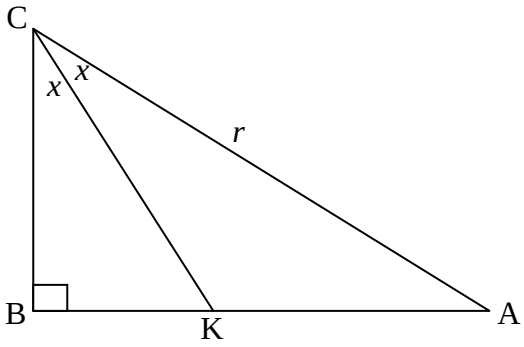
10.5 Beskryf die transformasie wat grafiek f moet ondergaan om $y = \sin(2x + 60°)$ te vorm. (2)

10.6 Bepaal die algemene oplossing van $\sin 2x = \cos(x - 30°)$. (6)

[20]

VRAAG 11

In die diagram hieronder is ABC 'n reghoekige driehoek. KC is die halveerder van $A\hat{C}B$. AC = *r* eenhede en $B\hat{C}K = x$.



11.1 Skryf AB in terme van *x* en *r* neer. (2)

11.2 Gee die grootte van $A\hat{K}C$ in terme van *x*. (1)

11.3 Indien dit gegee word dat $\frac{AK}{AB} = \frac{2}{3}$, bereken die waarde van *x*. (8)

[11]

TOTAAL: 150

Kopiereg voorbehou

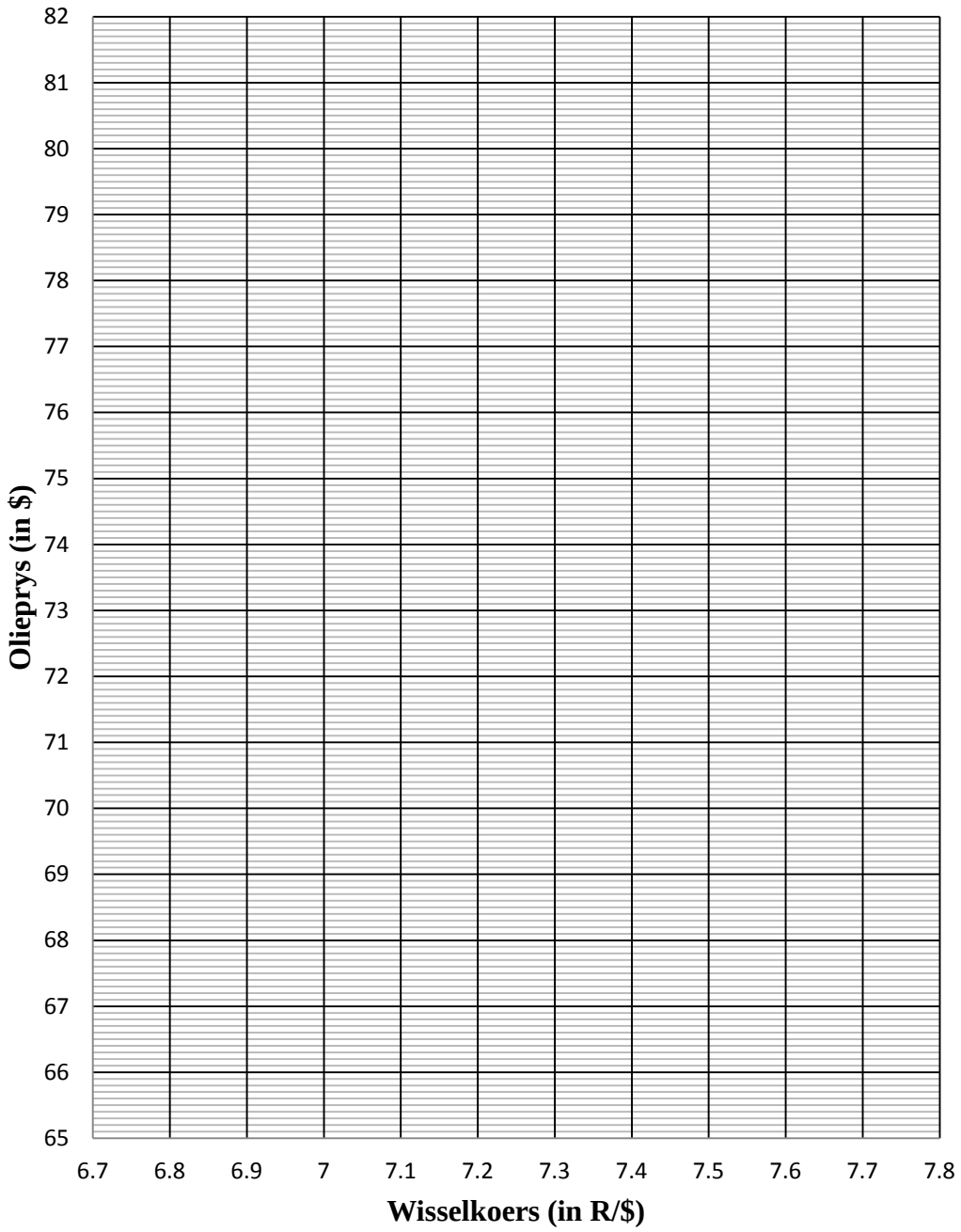
SENTRUMNOMMER: | | | | | | | | |

EKSAMENNOMMER: | | | | | | | | | | | | | |

DIAGRAMVEL 1

VRAAG 1.1

Spreidiagram van wisselkoers teenoor olieprys



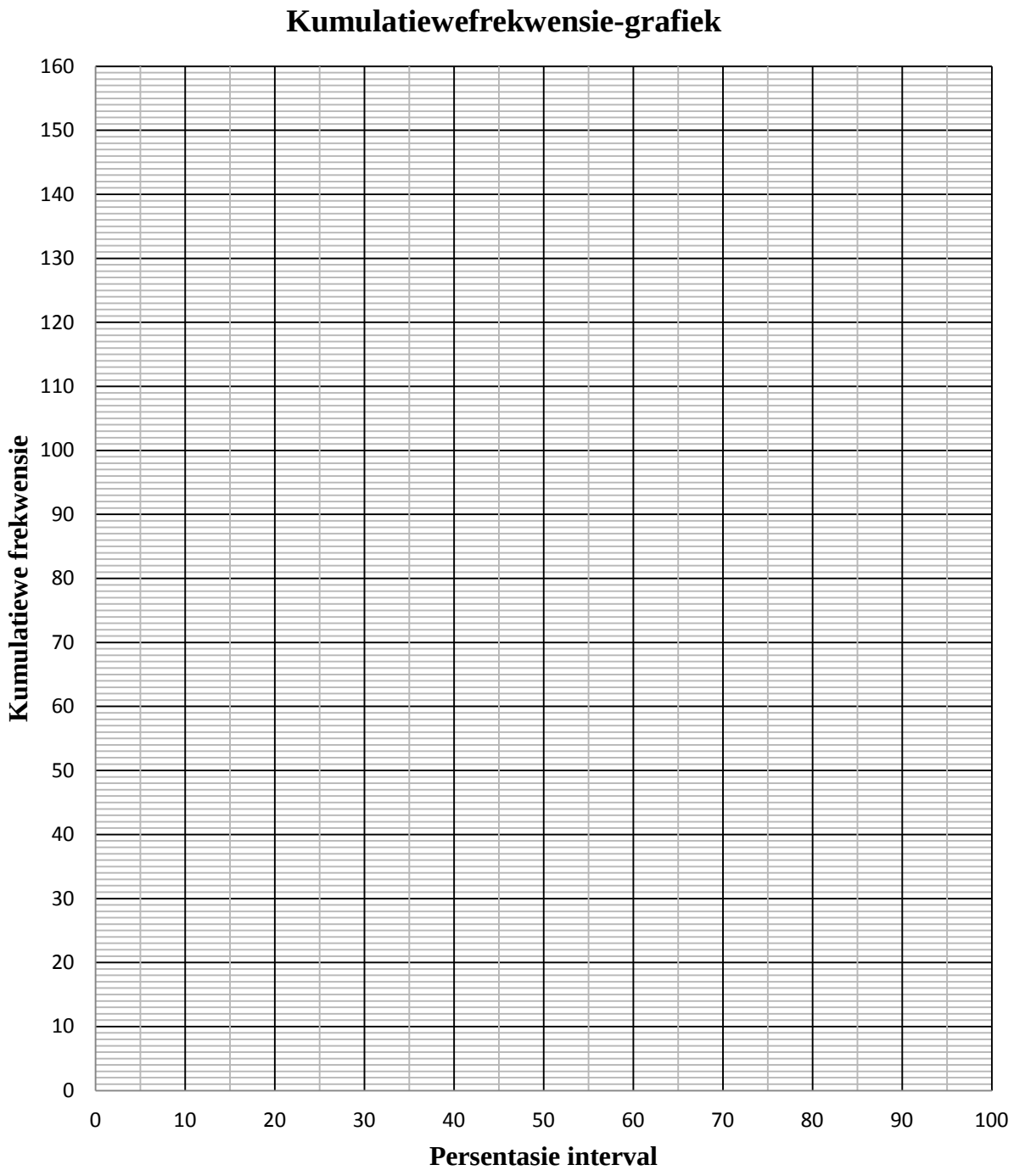
Kopiereg voorbehou

SENTRUMNOMMER: | | | | | | | | |

EKSAMENNOMMER: | | | | | | | | | | | | | |

DIAGRAMVEL 2

VRAAG 3.1



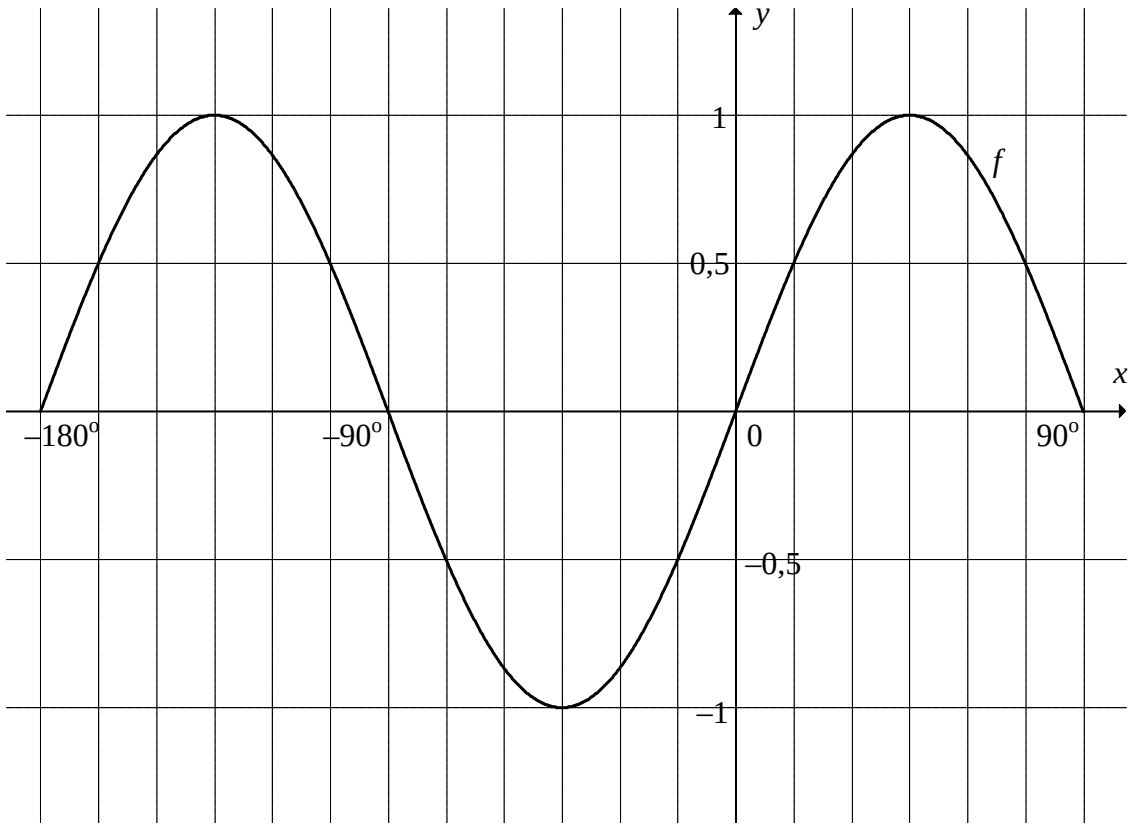
Kopiereg voorbehou

SENTRUMNOMMER: | | | | | | | | |

EKSAMENNOMMER: | | | | | | | | | | | | | |

DIAGRAMVEL 3

VRAAG 10.3



Kopiereg voorbehou

INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1+ni) \quad A = P(1-ni) \qquad A = P(1-i)^n \qquad A = P(1+i)^n$$

$$\sum_{i=1}^{n} 1 = n \qquad \sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2} \qquad T_n = a + (n-1)d \qquad S_n = \frac{n}{2}\left(2a + (n-1)d\right)$$

$$T_n = ar^{n-1} \qquad S_n = \frac{a\left(r^n - 1\right)}{r-1} \;; \quad r \neq 1 \qquad S_\infty = \frac{a}{1-r} \;; \; -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x\left[(1+i)^n - 1\right]}{i} \qquad P = \frac{x[1-(1+i)^{-n}]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \qquad \mathrm{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c \qquad y - y_1 = m(x - x_1) \qquad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad m = \tan\theta$$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

In ΔABC: $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C}$ $\qquad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$

$$area\ \Delta ABC = \frac{1}{2}ab.\sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta \qquad \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta \qquad \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases} \qquad \sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$$

$$(x\,;\,y) \to (x\cos\theta - y\sin\theta\,;\, y\cos\theta + x\sin\theta)$$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n} \qquad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \qquad P(A\ of\ B) = P(A) + P(B) - P(A\ en\ B)$$

$$\hat{y} = a + bx \qquad b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$$

Kopiereg voorbehou